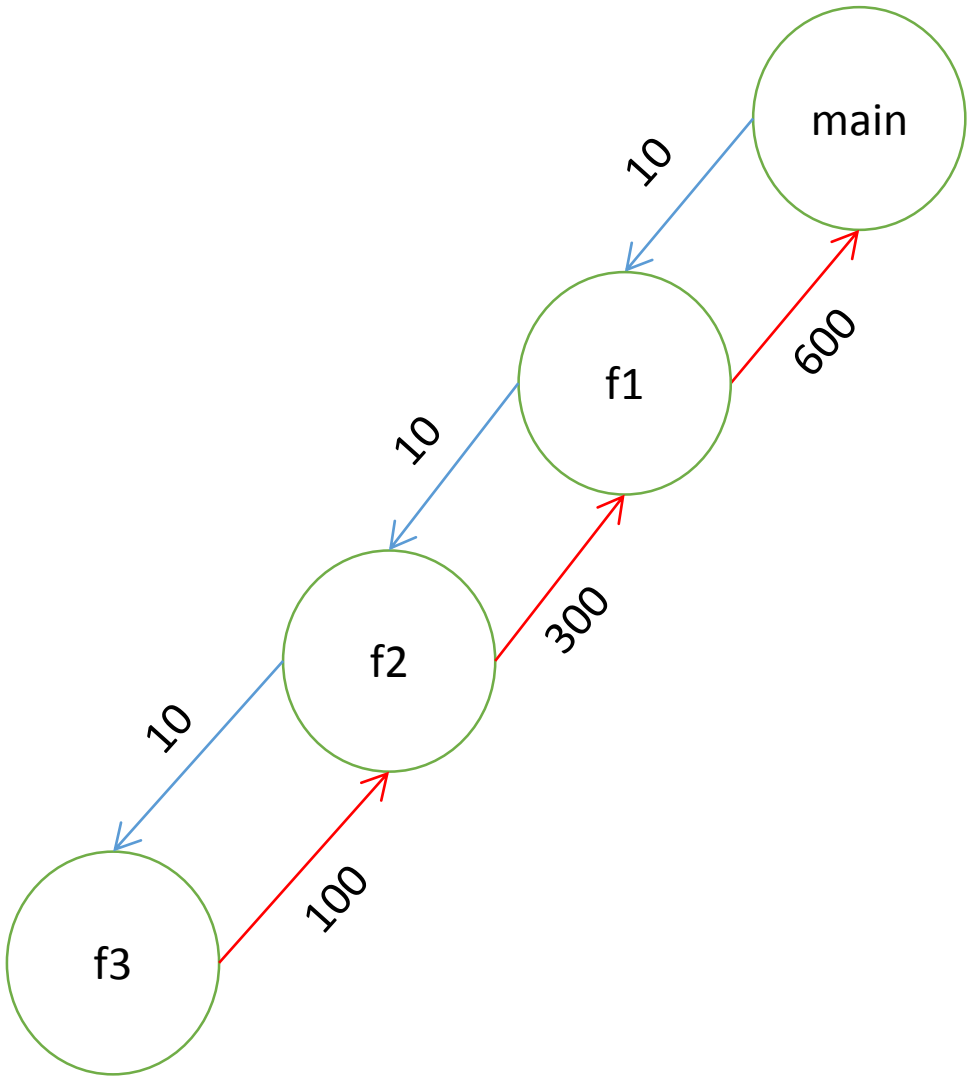
برنامه سازی پیشرفته
(توابع: بازگشتی)

صادق اسکندری - دانشکده علوم ریاضی، گروه علوم کامپیوتر

eskandari@guilan.ac.ir

یادآوری ...

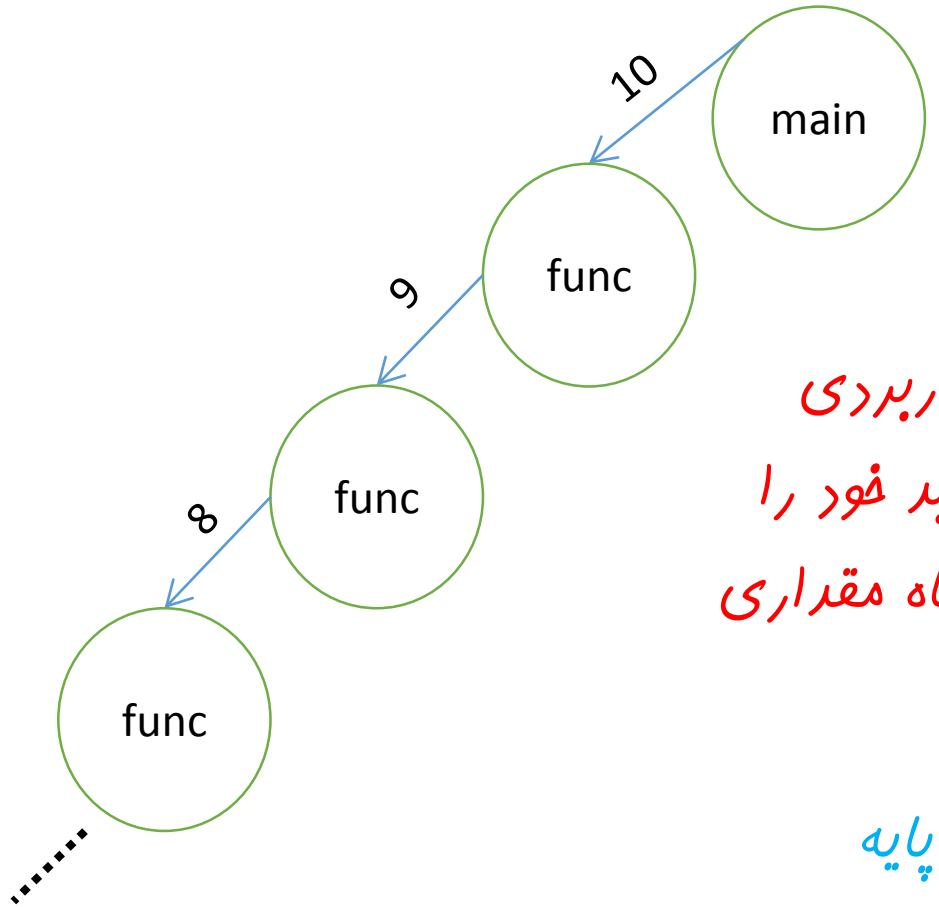
```python
def f1(n):
    a = 2*f2(n)
    return a

def f2(n):
    x = 3*f3(n)
    return x

def f3(n):
    return n**2

f1(10)
```



یادآوری ...

فراخوانی یک تابع به وسیله خودش

```
1  def func(n):
2      a = func(n-1)
3      return a
4
5  func(10)
```



بازگشتی به این شکل، هیچ کاربردی ندارد زیرا تابع می تواند تا ابد خود را فراخوانی کند و در نتیجه، هیچگاه مقداری برگردانده نمی شود ☹

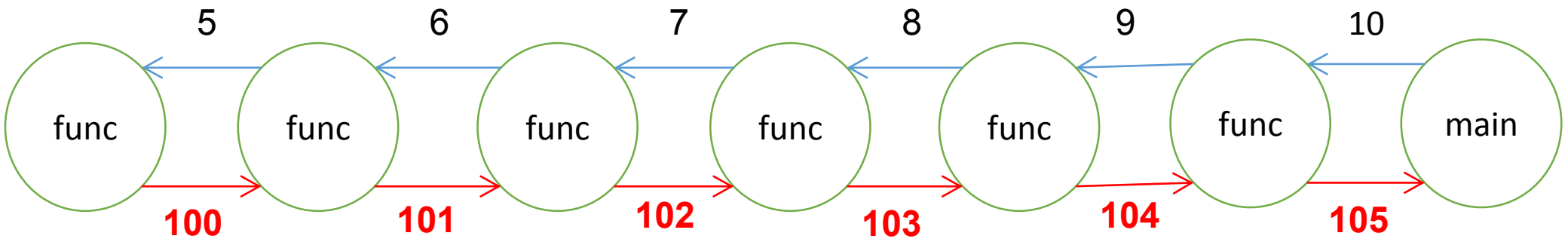
سوال: راهکار چیست؟ مقدار پایه

یادآوری ...

```
1  def func(n):
2      if n == 5:
3          return 100
4      a = 1+func(n-1)
5      return a
6
7  func(10)
```

بررسی مقدار پایه:

مقدار پایه: ۵



بازگشتی: کاربرد

برای حل یک مسئله در قالب بازگشتی، نیاز به یک رابطه بازگشتی داریم.

رابطه بازگشتی جمله ای است که یک مسئله با ورودی های داده شده را در قالب یک یا چند مسئله با ورودی های کوچکتر بیان می کند.

$$f(n) = \begin{cases} g(n) : base\ case = True \\ f(t) : base\ case = False \end{cases}$$

پایه بازگشتی: **g** موجب فراخوانی مجدد **f** نمی شود.

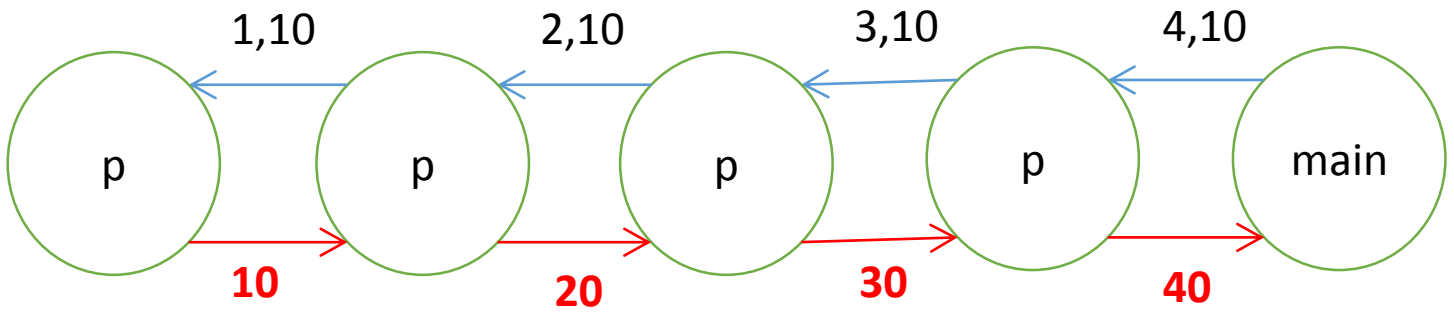
اسقرای بازگشتی: تابع **f** مجددا با ورودی های جدید فراخوانی می شوند. غالبا **t** نسبت به **n** به پایه نزدیکتر است.

بازگشتی: کاربرد

مثال: رابطه بازگشتی برای عمل ضرب $p(x,y) = x \times y$

$$p(x,y) = \begin{cases} y & if \ x == 1 \\ y + p(x-1,y) & otherwise \end{cases}$$

```python
def p(x,y):
    if x == 1:
        return y
    else:
        return y + p(x-1,y)

print(p(4,10))
```

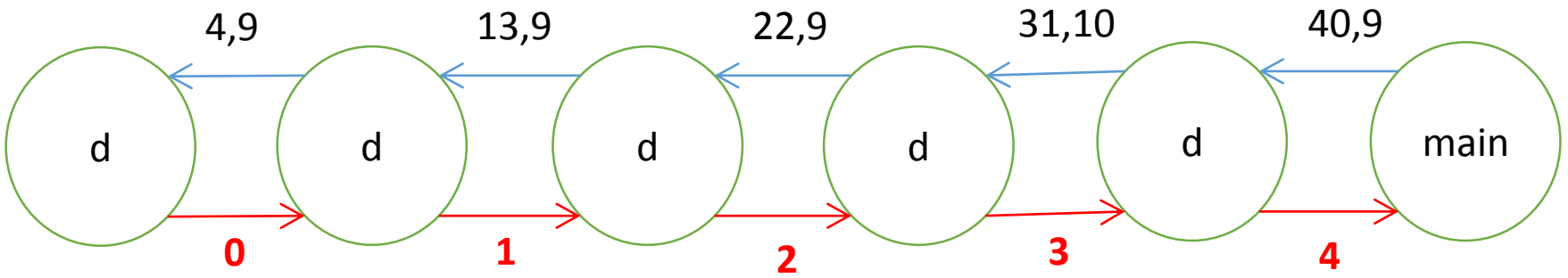


بازگشتی: کاربرد

مثال: رابطه بازگشتی برای عمل تقسیم $d(x,y) = x//y$

$$d(x,y) = \begin{cases} 0 & if\ x < y \\ 1 + d(x-y,y) & otherwise \end{cases}$$

```
1  def d(x,y):
2      if x < y:
3          return 0
4      else:
5          return 1+d(x-y,y)
6
7  print(d(40,9))
```

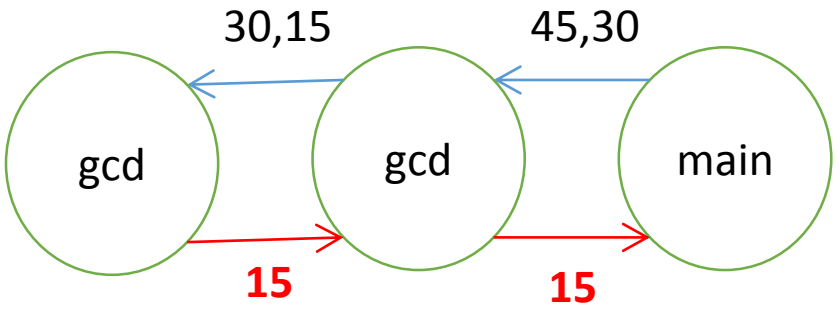


بازگشتی: کاربرد

مثال: رابطه بازگشتی برای بزرگترین مقسوم علیه مشترک (الگوریتم اقلیدس)

$$gcd(x,y) = \begin{cases} y & if\ \ x\%y == 0 \\ \gcd(y, x\%y) & otherwise \end{cases}$$

```
1  def gcd(x,y):
2      if x%y == 0:
3          return y
4      else:
5          return gcd(y,x%y)
6
7  print(gcd(45,30))
```



بازگشتی

تمرین: برای کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ورودی یک رابطه بازگشتی بنویسید.

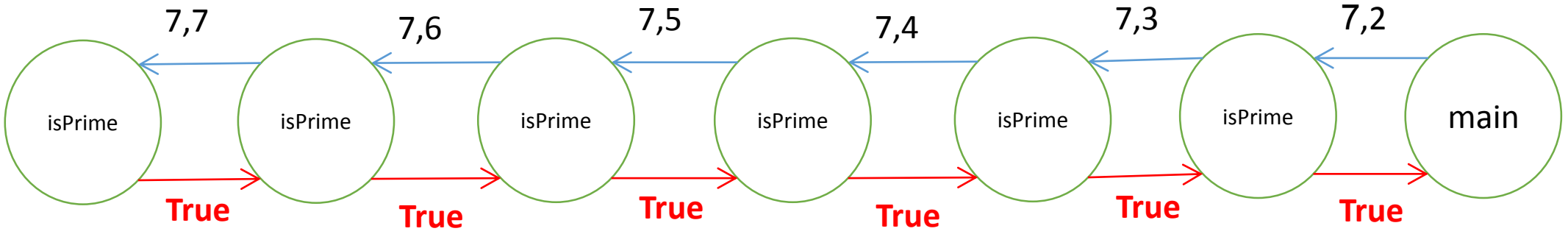
تمرین: برای محاسبه فاکتوریل یک عدد صحیح، یک رابطه بازگشتی بنویسید.

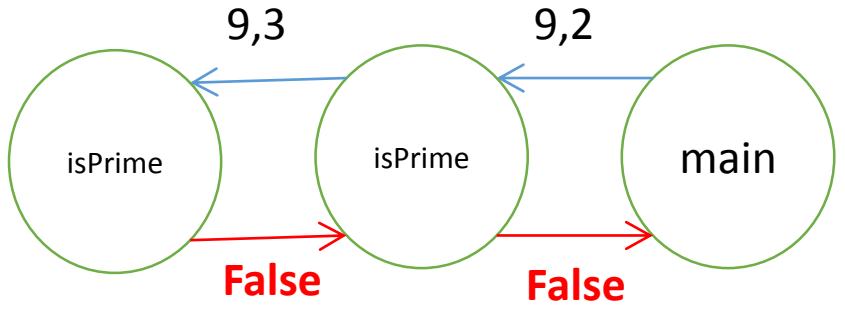
تمرین: برای محاسبه n امین جمله فیبونانچی یک رابطه بازگشتی نوشته و با استفاده از آن، صدمین جمله فیبونانچی را محاسبه کنید.

بازگشتی: مثالهای بیشتر

رابطه بازگشتی برای بررسی اول یا مرکب بودن یک عدد

```python
def isPrime(n,k):
    if k == n:
        return True
    elif n%k == 0:
        return False
    else:
        return isPrime(n,k+1)
```

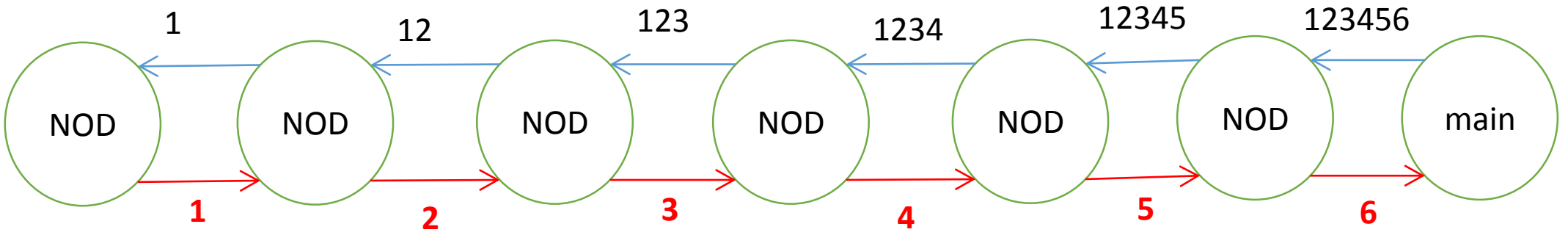




بازگشتی: مثالهای بیشتر

رابطه بازگشتی برای محاسبه تعداد ارقام یک عدد صحیح

```python
def NOD(n):
    if n < 10:
        return 1
    else:
        return 1 + NOD(n/10)

print(NOD(123456))
```



بازگشتی

تمرین: یک تابع بازگشتی برای محاسبه مجموع ارقام یک عدد صحیح بنویسید.

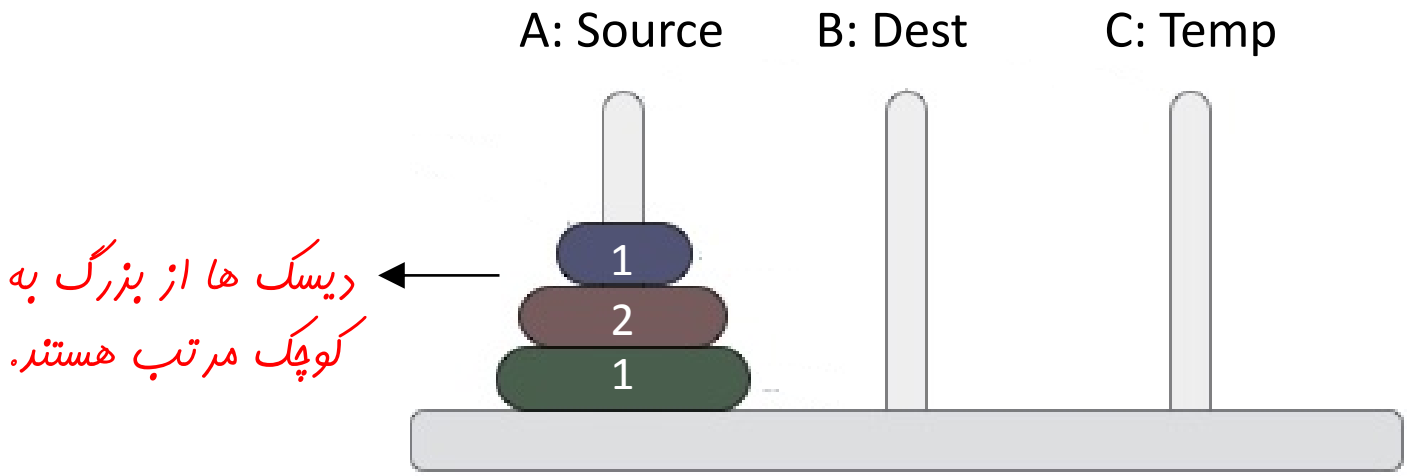
تمرین: یک عدد را پالیندرومیک گویند اگر از هر دو جهت به یک شکل خوانده شود. به عنوان مثال، عدد ۱۲۲۱ یک عدد پالیندرومیک است. یک تابع بازگشتی برای محاسبه پالیندرومیک بودن یک عدد صحیح بنویسید.

تمرین: یک تابع بازگشتی برای محاسبه تعداد ارقام فرد یک عدد صحیح بنویسید.

تمرین: یک تابع بازگشتی برای تبدیل یک عدد صحیح دهدهی به دودویی بیابید.

بازگشتی: مثالهای بیشتر

برجهای هانوی: توصیف مسئله



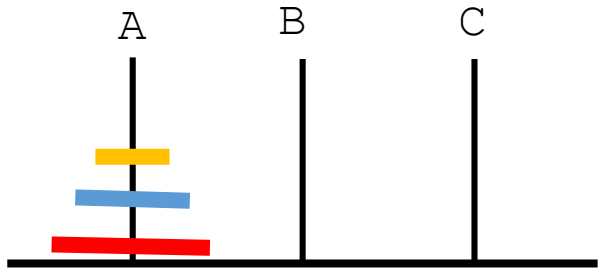
دیسک ها از بزرگ به کوچک مرتب هستند.

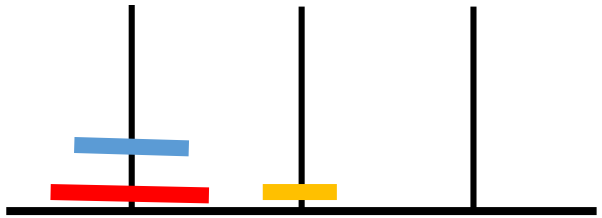
با فرض این که n تا دیسک بر روی برج A داده شده باشد، یک راهکار برای انتقال این دیسک ها به برج B با کمک برج C ارائه کنید به شرط آن که:

- در هر حرکت تنها یک دیسک حرکت داده شود.
- هیچگاه یک دیسک بر روی یک دیسک کوچکتر قرار نگیرد.

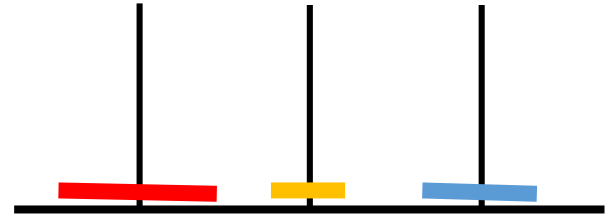
بازگشتی: مثالهای بیشتر

برجهای هانوی: مثال برای $n = 3$

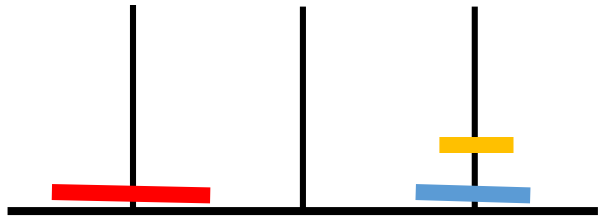




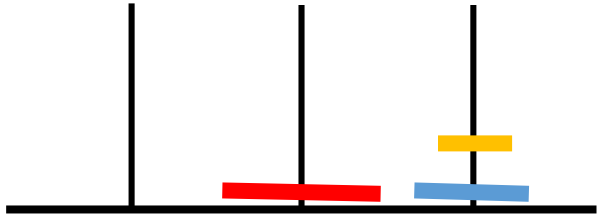
1 move 1 from A to B



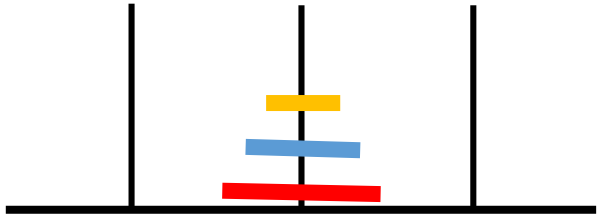
2 move 2 from A to C



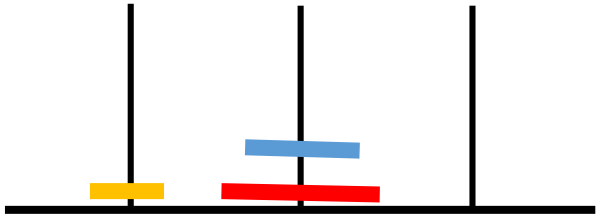
3 move 1 from B to C



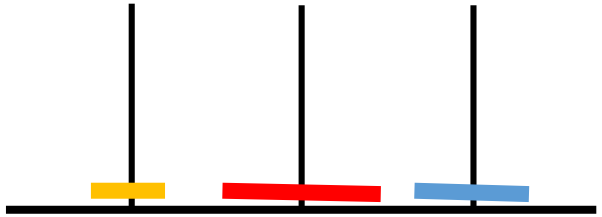
4 move 3 from A to B



7 move 1 from A to B



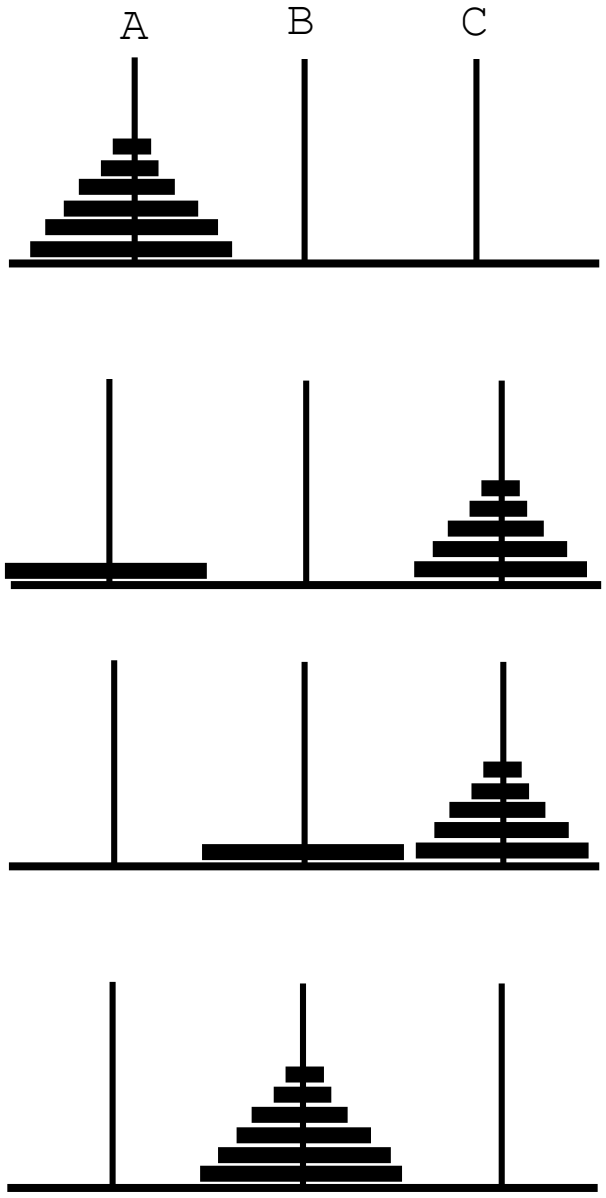
6 move 2 from C to B



5 move 1 from C to A

بازگشتی: مثالهای بیشتر

برجهای هانوی: راه حل بازگشتی



$N-1$ دیسک بالایی را به شکل بازگشتی به برج C منتقل کن

دیسک بزرگ (N) را از برج A به برج B منتقل کن

$N-1$ دیسک بالایی را به شکل بازگشتی به برج B منتقل کن

بازگشتی: مثالهای بیشتر

برجهای هانوی: تابع بازگشتی

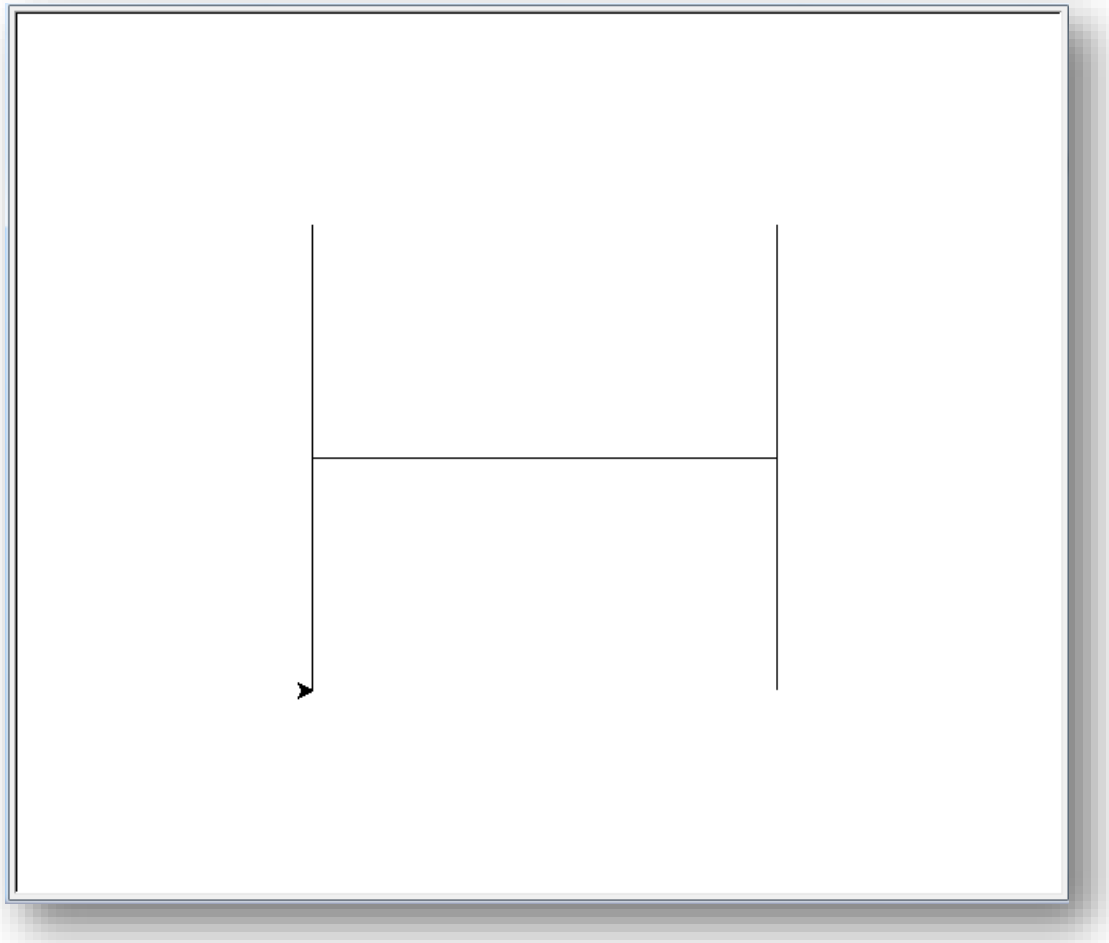
```
1  def H(n, source, dest, temp):
2      if n == 1:
3          print("move %d from %s to %s"%(n,source,dest))
4      else:
5          H(n-1, source, temp, dest)
6          print("move %d from %s to %s"%(n,source,dest))
7          H(n-1, temp, dest, source)
8
9  H(3,"A","B","C")
```

```
move 1 from A to B
move 2 from A to C
move 1 from B to C
move 3 from A to B
move 1 from C to A
move 2 from C to B
move 1 from A to B
```

بازگشتی: مثالهای بیشتر

درخت H

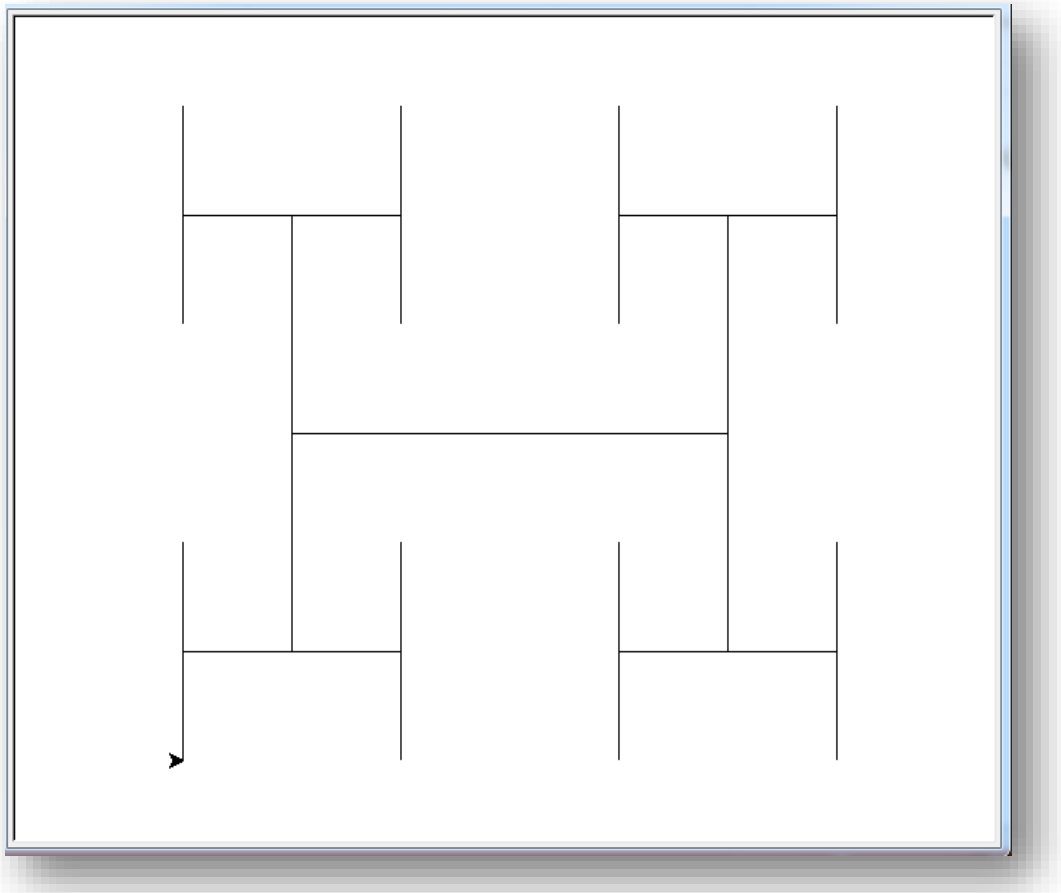
```python
import turtle

def H(x,y,size,t):
    t.penup()
    t.goto(x-size/2, y)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.right(90)
    t.penup()
    t.goto(x+size/2, y+size/2)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.penup()
    t.goto(x-size/2, y+size/2)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.left(90)

wn = turtle.Screen()
alex = turtle.Turtle()
H(0,0,300,alex)
wn.mainloop()
```



بازگشتی: مثالهای بیشتر

درخت H

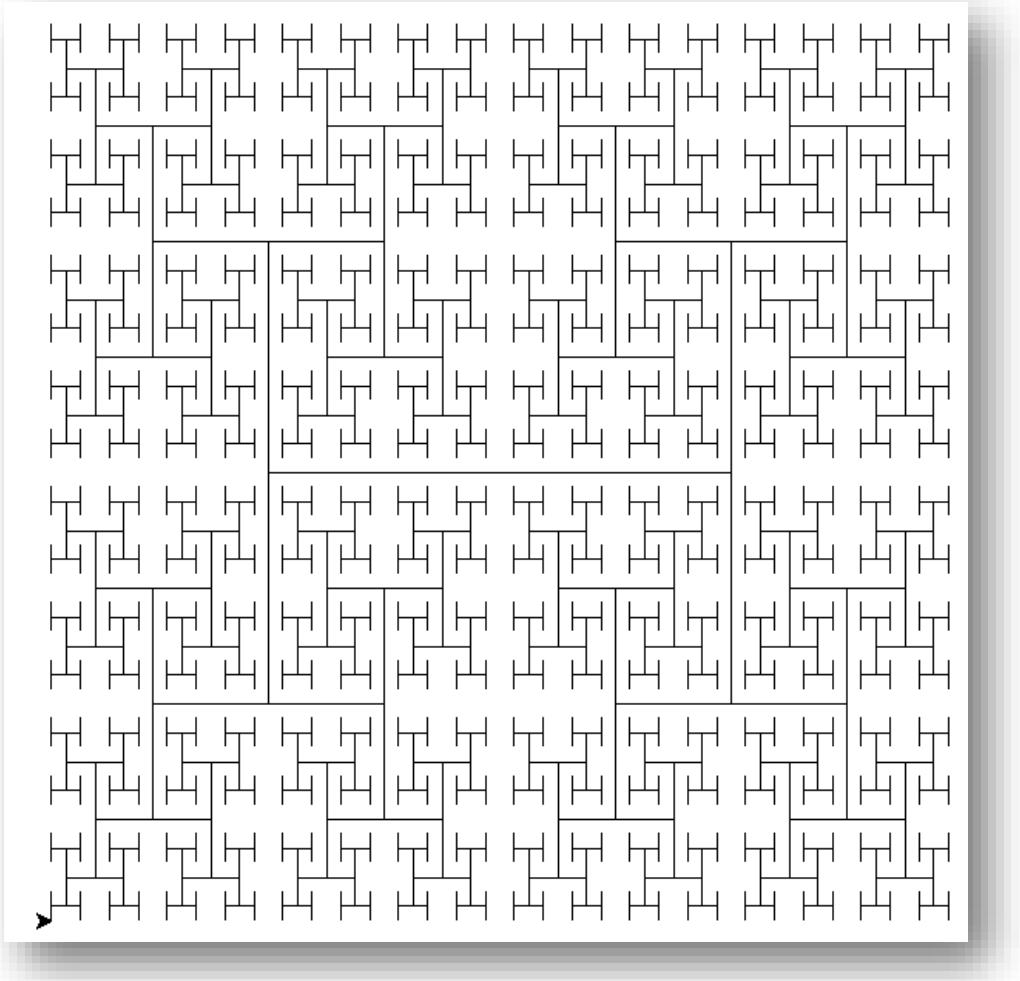
```python
import turtle

def H(n,x,y,size,t):
    if n == 0:
        return

    t.penup()
    t.goto(x-size/2, y)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.right(90)
    t.penup()
    t.goto(x+size/2, y+size/2)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.penup()
    t.goto(x-size/2, y+size/2)
    t.pendown()
    t.forward(size)
    t.left(90)

    H(n-1,x+size/2,y+size/2,size/2,t)
    H(n-1,x-size/2,y+size/2,size/2,t)
    H(n-1,x+size/2,y-size/2,size/2,t)
    H(n-1,x-size/2,y-size/2,size/2,t)

wn = turtle.Screen()
alex = turtle.Turtle()
alex.speed(1)
H(2,0,0,300,alex)
wn.mainloop()
```



بازگشتی: مثالهای بیشتر

درخت H

```python
import turtle

def H(n,x,y,size,t):
    if n == 0:
        return

    t.penup()
    t.goto(x-size/2, y)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.right(90)
    t.penup()
    t.goto(x+size/2, y+size/2)
    t.pendown()
    t.forward(size)

    t.penup()
    t.goto(x-size/2, y+size/2)
    t.pendown()
    t.forward(size)
    t.left(90)

    H(n-1,x+size/2,y+size/2,size/2,t)
    H(n-1,x-size/2,y+size/2,size/2,t)
    H(n-1,x+size/2,y-size/2,size/2,t)
    H(n-1,x-size/2,y-size/2,size/2,t)

wn = turtle.Screen()
alex = turtle.Turtle()
alex.speed(10000)
H(5,0,0,300,alex)
wn.mainloop()
```



بازگشتی

تمرین: برای رسم هر یک از شکل زیر با استفاده از لاک پشت، یک تابع بازگشتی بنویسید: